

## Глава 17

# ВЗГЛЯД СО СТОРОНЫ

VOX POPULI, VOX DEI <sup>87</sup>

*Новый результат мы ценим в том случае, если, связывая воедино элементы давно известные, но до тех пор рассеянные и казавшиеся чуждыми друг другу, он внезапно вводит порядок там, где до тех пор царил, по видимому, хаос.*

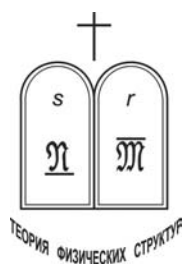
— Анри Пуанкаре

1. Ладыженская о работах Кулакова
2. Ладыженская о работах Михайличенко
3. Бирюков о работах Кулакова
4. Бугаенко о работах Кулакова
5. Линник о статье Кулакова "Что такое время?"
6. Решетняк о докторской диссертации Михайличенко
7. Решетняк о книге Кулакова "Элементы ТФС"
8. Решетняк о работе Михайличенко
9. Румер о статье Кулакова
10. Фет о дипломной работе Зелова

---

<sup>87</sup>Глас народа – глас божий.

11. Фет о диссертации Льва
12. Фет о книге Михайличенко
13. Фет о работе Михайличенко
14. Целищев о статье Кулакова
15. Шелехов о докторской диссертации Михайличенко
16. Ширков о лекциях Кулакова по ТФС
17. Владимиров о докторской диссертации Михайличенко
18. Владимиров о работах Кулакова
19. Кулаков о дипломной работе Лозицкого
20. Кулаков о монографии Михайличенко
21. Михайличенко о диссертации Соловьёва
22. Письмо академика Александрова академику Седову
23. Ионин о работе Симонова
24. Письмо Решетняка академику Тихонову
25. Письмо Мельникова Чаптынову
26. Ответ из редакции "Сибирского математического журнала"
27. Выписка из протокола





*Фото* В.Н.ИЗРАЗЦОВА

Если взглянуть на Теорию физических структур с высоты птичьего полёта, то она открывается взору со стороны как своеобразная *горная* страна – физическая герменевтика, соединённая с остальным миром узкими, каменистыми тропами. Эта страна представляет собой новую область знания о сущности физических законов со своими понятиями, новой постановкой задачи, новыми законами, новыми уравнениями и новым математическим аппаратом.

Перефразируя известное высказывание Маркса, можно сказать:

Сюда нет широкой столбовой дороги, и только тот достигнет её сияющих вершин, кто не боится усталости и трудностей упрямо карабкается по её каменистым склонам.

В этой главе я хотел бы предоставить слово тем, кто явно или неявно способствовал развитию, совершенствованию и более глубокому пониманию Теории физических структур.

## ВЗГЛЯД СО СТОРОНЫ

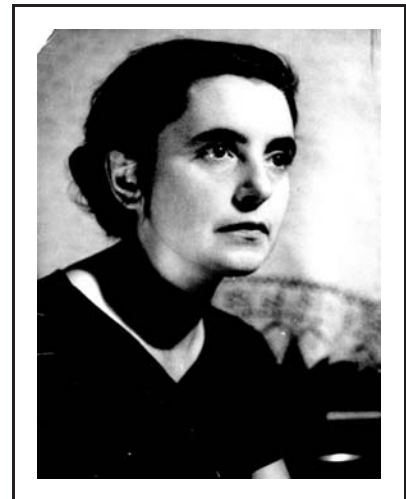
### 1. О.А. ЛАДЫЖЕНСКАЯ (Заведующая лабораторией математической физики ЛОМИ им. В.А.Стеклова, академик РАН) **об исследованиях Ю.И.Кулакова по теории физических структур :**

Осенью 1980 года Юрий Иванович КУЛАКОВ выступил на семинаре по математической физике в Ленинградском Отделении Института математики АН СССР им. В.А.Стеклова с изложением своей программы – анализа оснований физики и с формулировкой основных положений своей Теории физических структур. Он рассказал какие результаты достигнуты им и его учеником Г.Г Михайличенко в решении задач, относящихся к проблеме пространства и времени, и описал также, что даёт его подход к классической механике, термодинамике, электродинамике и частной теории относительности.

Выступление Ю.И.Кулакова, его подход к анализу основных физических законов, а также полученные строго математически результаты геометрического характера произвели сильное впечатление своей оригинальностью и широтой охвата в духе лучших образцов натурфилософии прошлых веков, когда формировались основы существующих ныне разделов физики. Он не ограничился высказываниями общего характера о необходимости аксиоматизации физики (эта проблема поднималась Давидом Гильбертом и рядом выдающихся физиков прошлого века), а изложил программу исследований, положив в её основу понятие физической структуры, которую он чётко определил. Содержательность такой программы подтверждена теми результатами, которые получены им и Г.Г.Михайличенко в геометрии. Уже одни эти результаты показывают плодотворность идей Ю.И.Кулакова.

Но оригинальные и глубоко содержательные идеи и планы Ю.И.Кулакова пока недостаточно хорошо известны широким кругам физиков и математиков. Я думаю, что в связи с этим стоило бы организовать Новосибирскому университету Всесоюзную (а ещё лучше Международную) конференцию по аксиоматизации оснований физики, пригласив на неё ведущих учёных, интересующихся этой кардинальной проблемой. При этом заранее, до конференции, целесообразно опубликовать брошюру Ю.И.Кулакова с изложением его точек зрения на эту проблему и разослать её в различные научные физические и математические центры.

Я ознакомилась также с планами Ю.И.Кулакова написать серию книг, в которых он хочет последовательно изложить свою общую концепцию и её применение



Академик Ольга  
Александровна  
Ладыженская (1983)

к различным разделам физики. План этот грандиозен и врят ли под силу одному (пусть очень талантливому) человеку, имеющему лишь одного самоотверженно-го помощника (Г.Г.Михайличенко). Для его осуществления, мне кажется, надо привлечь талантливых энтузиастов из разных областей физики и математики, которые могли бы начать осуществлять намеченную Ю.И.Кулаковым программу под его руководством.

Физический факультет Новосибирского университета может гордиться, что в его стенах возникло и развивается столь принципиально важное и оригинальное направление.



УЧАСТНИКИ ПЕРВОЙ ШКОЛЫ-СЕМИНАРА ТФС – 1984 НА  
ВЕРШИНЕ.

ХАКАССИЯ, ОЗ. БАЛАНКУЛЬ.

CONCORDIA PARVAE RES CRESCUNT, DISCORDIA MAXIMAE  
DILABUNTUR. – При согласии малые дела растут, при несогласии  
великие дела разрушаются.

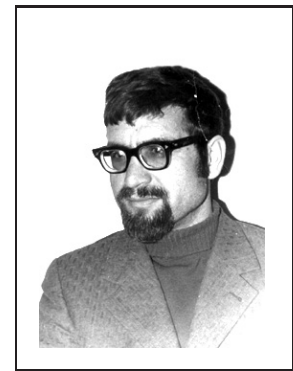
## 2. **О.А. ЛАДЫЖЕНСКАЯ** о работах **Г. Г. Михайличенко:**

В конце шестидесятых годов Юрием Ивановичем Кулаковым был предложен оригинальный подход к осмыслению основных понятий и законов теоретической физики, названной им Теорией физических структур. Сформулированный им принцип феноменологической симметрии привёл к постановке интересных математических проблем. Уже решение простейших из них, данное Ю. И. Кулаковым, показало плодотворность его анализа оснований физики. К дальнейшему изучению этих проблем Ю. И. Кулаков привлёк Г. Г. Михайличенко. Геннадием Григорьевичем Михайличенко получены интересные, строго математические результаты по Теории физических структур, составившие его кандидатскую диссертацию и отражённые в целом ряде публикаций. Отметим среди них полное исследование “двумерных геометрий” — результат, привлёкший внимание геометров, и установление связи принципа феноменологической симметрии с известным принципом групповой симметрии — результат, обративший на себя внимание специалистов по теории представлений групп.

Я считаю, что данное направление весьма перспективно и интересно, как с точки зрения теоретической физики, так и точки зрения чистой математики.

Г. Г. Михайличенко зарекомендовал себя как серьёзный и оригинальный исследователь, и весьма желательно перевести его на должность старшего научного сотрудника, чтобы он имел возможность сосредоточить все свои силы на избранном направлении.

Полученные им результаты могут служить основой для докторской диссертации.



Геннадий Михайличенко.

## 3. **Б.В. БИРЮКОВ** (Доктор философских наук, профессор, член Научного совета АН СССР по комплексной проблеме “Кибернетика”) о работах по **Теории физических структур** доцента **Новосибирского Государственного Университета Ю. И. Кулакова.**

Юрий Иванович Кулаков в течение 20 лет развивает новое направление в теоретической физике, названное им Теорией физических структур (ТФС), имеющее, как мне представляется, большое научно-методологическое значение. По этому вопросу Ю. И. Кулаков опубликовал более 40 работ: в “Докладах Академии Наук СССР”, в академических сборниках, вузовских изданиях и иностранных журналах; в издательстве НГУ выпущены две его книги. Ю. И. Кулаков неоднократно выступал на научно-исследовательских семинарах, в том числе в МГУ и в Научном совете по кибернетике АН СССР. Он является одним из соавторов подготовленной в Научном совете книги “Управление, информация,

интеллект” (под редакцией академика А. И. Берга).



Виктор Шахов и Юрий Кулаков

Работы Ю. И. Кулакова известны за рубежом, он неоднократно участвовал в международных конгрессах по логике, методологии и философии науки.

Разрабатываемая доцентом Ю. И. Кулаковым ТФС, представляет собой своеобразную алгебру отношений симметрии. Объектом изучения в ней является феноменологическая симметрия — отношение однородности (равноправия) физических объектов в наиболее общем, абстрактном виде. Подобный подход позволил подойти с единой точки зрения к самым разнообразным физическим

теориям: хронометрии, релятивистской и нерелятивистской механике, квантовой механике и т. д. Аппарат, основанный на понятии феноменологической симметрии, позволяет получить явные выражения всех известных физических законов, независимо от их конкретной интерпретации. Открывается возможность вскрыть и на строгом физическом уровне описать смысл таких “привычных” понятий, как масса, сила, время и т. д., раскрыть в “чистом” виде сущность пространственно-временных отношений (как специальной, так и общей теорий относительности).

В работах, выполненных Ю. И. Кулаковым в 1983–1986 гг., показано, что, применяя методы Теории физических структур, можно разработать алгоритм, позволяющий отделить информацию, относящуюся к изучаемому физическому объекту, от информации, привносимой измерительным прибором. Оригинальный подход к “очевидным” истинам представляет значительный методологический и общенаучный интерес и, я думаю, он полезен в учебно-методологическом плане, особенно при разработке учебных курсов, базирующихся на достижениях современной теоретической физики.

Под руководством доцента Ю. И. Кулакова большую научную работу в области ТФС ведут его ученики Г. Михайличенко и В. Лев, разрабатывающие математический аппарат теории. В частности, исходя из идей Ю. И. Кулакова, ими установлена эквивалентность феноменологической и групповой симметрии в  $n$ -мерной геометрии расстояний, доказано существование ранее неизвестных геометрий.

Исследования, проводимые Ю. И. Кулаковым и его учениками, представляют собой исследования в новой области знания, которые заслуживают всемерной поддержки. Мне кажется, Новосибирский Университет может гордиться принципиально новым направлением в теоретической физике, успешно разрабатываемым в его стенах.

**4. Л.Т. БУГАЕНКО** (Зав. лабораторией радиационной химии Химического факультета Московского университета, профессор МГУ) и **Е.П. КАЛЯЗИН** (Старший научный сотрудник, доцент МГУ) о работах доцента Новосибирского государственного университета **Ю. И. Кулакова** по Теории физических структур (“Записки научного семинара ЛОМИ”, Изд-во “Наука”, т. 127, 1983.)

В настоящее время возрастание объёма информации, которым должен овладеть специалист, приходит в резкое противоречие со сроками для его подготовки. Для того, чтобы эти сроки не увеличивались, а, напротив, могли бы быть несколько сокращены (в чём заключается одна из задач готовящейся реформы высшей школы), крайне необходимы подходы, позволяющие максимально свернуть информацию, с тем, чтобы далее из её “сгустков” (“зёрен информации”), студент мог бы по определённому алгоритму развернуть целую цепь научных положений.



Участники Школы по Теории физических структур  
в Пушино-на-Оке.

Достижению указанной цели весьма способствуют работы, проводимые в течение ряда лет в НГУ доцентом Ю. И. Кулаковым, в области классификации феноменологических законов на основе Теории физических структур. В этих исследованиях, коротко резюмированных в обзоре, указанном в заголовке, отмечена универсальность законов, охватывающих определённое число физических объектов (свойство феноменологической симметрии законов). В результате, со-



здаются предпосылки для создания набора правил формулировки феноменологических законов для множества объектов независимо от их конкретных физических свойств, подобно тому как для законов арифметики несущественны конкретные свойства исчисляемых объектов. Среди “выводимых” таким образом законов оказываются формулы механики, электродинамики, термодинамики, химии (периодический закон). Вероятно, дальнейшее использование развиваемого аппарата могло бы “вывести” формулы и других научных дисциплин.

Учитывая большие потенциальные возможности повышения эффективности преподавания естественно-научных дисциплин, органично увязываемые с рядом разделов математики и диалектической теории познания, следует высказать сожаление, что рецензируемая работа появилась в относительно мало доступном издании. Интерес к развиваемому Ю. И. Кулаковым подходу велик, как это, в частности, показала динамика посещаемости курса его лекций (в сторону роста числа слушателей к концу) на физическом факультете МГУ в 1978 году.

В свете изложенного представляется целесообразной публикация основных идей Теории физических структур в более доступном изданиях, организация пробного курса лекций, например, в НИИ Минвуза СССР или на ФПК одного из естественных факультетов МГУ (или другого ВУЗа), проведение педагогического эксперимента с участием группы студентов, обсуждение основных положений Теории физических структур на методологическом семинаре Химфака МГУ.

**5. Ю.В. ЛИННИК** (канд. философских наук (ныне доктор философских наук), доцент кафедры философии Карельского государственного педагогического института.) **о статье Ю.И. Кулакова “Что такое время? (Время как физическая структура)”**:

Проблема времени по праву считается одной из самых загадочных и мало-разработанных в науке. Можно выделить два основных подхода к исследованию времени: 1) субстанциональный подход (поиск специфического “субстрата” времени, понимание “течения” времени на основе едва ли не гидродинамических аналогий); 2) реляционный подход, базирующийся на Теории отношений и видящий во времени прежде всего особую реляционную структуру, а не квазивещественное образование.

Если первый подход можно назвать классическим, то второй явно выходит за традиционные рамки. Ю. И. Кулаков блестяще представляет именно второе направление, – собственно, он является одним из его зачинателей и основоположников. Основу работы составляет *творческое приложение* Теории физических структур Ю. И. Кулакова к проблеме времени. О продуктивности такого подхода свидетельствует эта работа, отличающаяся оригинальностью идей, свежестью в постановке вопроса, – и удивительно ясным, глубоко обаятельным стилем изложения.

Опираясь на разработанную им теорию феноменологической симметрии, а также на логико-методологические соображения и эксперименты (обычно это мысленные эксперименты, что не лишает их доказательности и убедительности),

автор приходит к выводу: “Время — это тернарные структурно-физические отношения между событиями”.

Однако Ю. И. Кулаков полагает, что в случае более сложных множеств структура времени видоизменится. В частности, показана возможность существования неканонического многомерного времени, для описания которого необходимы полиарные структуры. Конечно, это спорный вывод, — но он увлекает логико-философскими перспективами, выводящими нас за рамки существующей парадигмы.



Юрий Владимирович Линник  
поэт, философ, естествоиспытатель

Работы Ю. И. Куланова по исследованию природы времени представляются нам выдающимся явлением в жизни современной науки.

Нет никаких сомнений, что эти пионерские исследования, отмеченные высокой культурой научной мысли, нуждаются во всяческой поддержке и должны быть изданы.

**6. Ю.Г.РЕШЕТНЯК (Академик) о диссертации Г. Г. Михайличенко “Групповые свойства физических структур”, представленной на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.04 — геометрия и топология:**

Рецензируемая диссертация является итогом более чем двадцатилетней работы автора. Цель этой работы — решение математических проблем, возникающих в связи с некоторой общей концепцией, предложенной учителем автора,

известным физиком Ю. И. Кулаковым. Представленная диссертация является сочинением чисто математическим по своему содержанию и предполагаемые приложения к физике нашли отражение лишь в использованной автором терминологии. Независимо от тех физических приложений, которые допускают результаты диссертации, её содержание, несомненно, имеет математический интерес. В диссертации получено решение некоторой трудной математической задачи.

По своему содержанию диссертация естественно делится на две части. Первая часть (глава I) может быть отнесена к направлению, известному под наименованием “Геометрия расстояний”. Это направление весьма интенсивно развивалось в предыдущие годы. Одним из его основателей был известный тополог К. Менгер. Характер задач, относящихся к этому направлению, состоит, примерно, в следующем. Предположим, что в  $n$ -мерном пространстве постоянной кривизны заданы  $n + 2$  точки. Тогда определено  $(n + 2)(n + 1)/2$  чисел — взаимных расстояний между всеми точками. Эти числа, как известно, не произвольны, они связаны некоторым соотношением. Геометрия расстояний ставит своей целью исследовать все такие метрические пространства, в которых взаимные расстояния между  $(n + 2)$ -мя точками связаны зависимостью. При этом вид зависимости в известных мне работах по геометрии расстояний обычно задавался заранее. В работах Г.Г. Михайличенко сделан качественно новый шаг в геометрии расстояний. Именно, в ней рассматривается множество, в котором каждой паре элементов  $x, y$  сопоставляется некоторое число  $r(x, y)$  — “расстояние” между  $x$  и  $y$ . Выполнение аксиом метрики для  $r(x, y)$ , в частности, неравенство треугольника, не предполагается, так что  $r(x, y)$  есть расстояние в некотором обобщённом смысле. Правильнее, возможно, было бы говорить, что  $r(x, y)$  есть некоторый инвариант пары точек  $(x, y)$ . Предположим, что для любых  $n + 2$  точек  $x_1, \dots, x_{n+2}$  данного множества  $(n + 2)(n + 1)/2$  чисел  $r(x_i, y_j)$  связаны некоторой зависимостью. Утверждается, что геометрия, определяемая данной функцией  $r(x, y)$ , имеет весьма специальный характер. При этом, что существенно, заранее не делается никаких предположений о том, какая зависимость связывает величины  $r(x_i, y_j)$ . Условия налагаемые на набор чисел  $\{r(x_i, y_j)\}$  сводятся к требованиям гладкости рассматриваемых функций и невырожденности — возникающие уравнения должны иметь максимально возможный ранг. Автором полностью описаны все такие геометрии для случая  $n = 2$ . Их общее число оказалось равным десяти. В общем случае основной результат заключается в следующем. Геометрия вида, рассматриваемого автором, полностью характеризуется наличием некоторой достаточно богатой группы преобразований (“изометрий” в смысле “расстояния”  $r(x, y)$ ). Тем самым “дистанционный” подход к изучению геометрий сводится к теоретико-групповому. Этот результат представляется весьма глубоким и получение его потребовало преодоления существенных трудностей. В общем случае описание всех возникающих таким образом геометрий есть задача, по-видимому, той же степени трудности, что и задача полного описания всех групп Ли для каждой фиксированной размерности.

Вторая часть диссертации (глава II) посвящена изучению так называемых физических структур. Теория физических структур можно понимать как гео-

метрию пары множеств  $A, B$ . При этом каждой паре  $(x, y)$ , где  $x \in A$ ,  $y \in B$ , сопоставлено число  $r(x, y)$ . Следуя Ю. И. Кулакову, автор говорит, что пара  $(A, B)$  есть физическая структура типа  $(n, m)$  если для любых  $n$  точек  $x_1, x_2, \dots, x_n$  из  $A$  и  $m$  точек  $y_1, y_2, \dots, y_m$  из  $B$   $nm$  “расстояний”  $r(x_i, y_j)$  между ними связаны некоторой зависимостью. Вид этой зависимости заранее не фиксируется. Требования при которых изучается задача, сводится к требованию гладкости функций и невырожденности возникающих уравнений. В этом случае, в отличие от рассматриваемого в главе I, все геометрии пары множеств оказывается возможным описать. В диссертации установлено, что геометрии пары множеств допускают характеристики в терминах групп Ли.

Основные результаты получены в терминах локальной дифференциальной геометрии, соответственно, локальной теории групп Ли. Некоторые чисто внешние особенности работы читателю могут показаться непривычными. Сюда относятся используемые автором обозначения и терминология, апеллирующая к физике. Преобладание локальных методов дифференциальной геометрии может произвести впечатление некоторой старомодности. Следует сказать в связи с этим, что привлечение таких методов вызвано существом дела.

Диссертация Г. Г. Михайличенко, на мой взгляд, представляет собой глубокое математическое исследование, безусловно удовлетворяющее требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям по математике. Сопоставляя её с работами в области геометрии расстояний, выполнявшимися К. Менгером, Л. Блюменталем и другими, можно сказать, что результат Г. Г. Михайличенко и есть то “жемчужное зерно”, которое указанные авторы не смогли рассмотреть. Если бы мне пришлось писать обзор по геометрии расстояний, то в качестве основных я бы указал именно результаты Г. Г. Михайличенко.

Работа Г. Г. Михайличенко представляет собой серьёзное научное исследование и, несомненно, удовлетворяет требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям. В то же время я считаю, что ознакомление с ней геометров, специалистов по теоретико-групповым методам было бы желательным.

## **7. Ю.Г. РЕШЕТНЯК (Профессор, доктор физ.-мат. наук (ныне академик)) о конспекте лекций Ю.И. Кулакова “Элементы Теории физических структур”:**

Данный конспект посвящён изложению основ Теории физических структур, развиваемой Ю. И. Кулаковым совместно с его учениками. Концепция физической структуры, предложенная Ю. И. Кулаковым, даёт единый подход к основанию самых разнообразных физических теорий.

Основу понятия физической структуры составляет выдвинутый Ю. И. Кулаковым принцип феноменологической симметрии. В общих чертах этот принцип состоит в следующем.

Имеются два множества  $\mathfrak{M}$  и  $\mathfrak{N}$  объектов произвольной природы. Каждой паре  $(i, \alpha)$ , где  $i \in \mathfrak{M}$ ,  $\alpha \in \mathfrak{N}$  сопоставляется некоторое число  $a_{i\alpha}$ . Зададим натуральные числа  $m$  и  $n$  и будем рассматривать всевозможные системы из

$m \cdot n$  чисел  $\|a_{i_r \alpha_s}\|$ , где  $i_1, i_2, \dots, i_m$  — произвольные  $m$  элементов множества  $\mathfrak{M}$ , а  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  — произвольные  $n$  элементов множества  $\mathfrak{N}$ . Эту систему можно рассматривать как точку в  $m \cdot n$ -мерном евклидовом пространстве  $\mathbb{R}^{mn}$ . Вообще говоря, множество всех точек пространства  $\mathbb{R}^{mn}$ , которое так получается, будет заполнять область пространства  $\mathbb{R}^{mn}$ . Но при некоторых  $m$  и  $n$  может оказаться, что указанные точки ложатся в  $\mathbb{R}^{mn}$  на многообразии размерности  $mn - 1$ . Условие, что это имеет место, и составляет принцип феноменологической симметрии. В этом случае, согласно Ю. И. Кулакову, мы имеем физическую структуру ранга  $(m, n)$ .

Оказывается, что указанные многообразия в  $\mathbb{R}^{mn}$  могут быть только многообразиями вполне определённых типов. Для некоторых простейших случаев Ю. И. Кулаковым и его учеником Г. Г. Михайличенко эти типы многообразий найдены.

В общем случае (при произвольных  $m$  и  $n$ ) определение физических структур является, по-видимому, весьма трудной математической задачей. Однако уже в тех случаях, которые здесь рассмотрены, её решение приводит к весьма интересным следствиям.

Принцип феноменологической симметрии даёт также новый подход к некоторым вопросам геометрии, в частности, к евклидовой геометрии.

Не касаясь физического содержания данного курса, я должен сказать, что он представляется мне чрезвычайно интересным в том отношении, что содержит ряд весьма интересных и новых по постановке математических задач.

Я считаю, что данный курс безусловно следует опубликовать. В дальнейшем эту книгу, может быть, в несколько изменённом и дополненном виде, следует издать обычным типографским способом (например, в издательстве “Наука”).

## 8. Ю.Г.РЕШЕТНЯК (Доктор физико-математических наук, профессор (ныне академик)) о работе Г. Г. Михайличенко “Двумерные геометрии в Теории физических структур”:

В тридцатые – сороковые годы нашего века появилось большое число исследований, относящихся к направлению, получившему название “геометрии расстояний”. Итоги деятельности этого направления подведены в монографии Блюменталья, цитируемой в работе Михайличенко. Отметим, что к числу основателей геометрии расстояний принадлежит такой известный математик, как Г. Менгер, являющийся автором многих результатов в этой области.

Одна из задач геометрии расстояний – охарактеризовать такие классические геометрии, как евклидову, сферическую и геометрию Лобачевского свойствами расстояний между точками. Известно, что для произвольной четвёрки точек на евклидовой плоскости шесть чисел – расстояний между этими точками не могут быть произвольными, а удовлетворяют некоторому тождеству. Аналогичное утверждение верно для сферической геометрии и геометрии Лобачевского.

В работах по геометрии расстояний (см. цитированную монографию Блюменталья) было установлено, что если метрическое пространство таково, что для

любой четвёрки точек этого пространства шесть чисел – расстояний между ними удовлетворяют тому же тождеству, что и расстояния между четырьмя точками на евклидовой плоскости, то при некоторых естественных дополнительных ограничениях это пространство совпадает с обычной евклидовой плоскостью. Иными словами, евклидова плоскость как метрическое пространство полностью характеризуется тождеством, которому удовлетворяют шесть расстояний между точками произвольной четвёрки. Аналогичный результат верен для сферы и для плоскости Лобачевского.

Цитированный результат геометрии расстояний сам по себе представляется не слишком глубоким. Думаю, что данная оценка была бы справедлива также и том случае, если бы она была высказана 30 или 40 лет назад.

В рецензируемой работе Г. Г. Михайличенко получен существенно более сильный результат. Именно, показано, что если расстояния между точками таковы, что для всякой четвёрки шесть расстояний между её точками связаны хоть каким-то соотношением, то геометрия, соответствующая этому расстоянию, определяется достаточно жестко — кроме геометрии плоскостей постоянной кривизны возможны ещё лишь семь геометрий.

Новым по сравнению с результатами геометрии расстояний является то, что вид зависимости между шестью расстояниями в работе Г. Г. Михайличенко не предполагается заранее известным. Ограничения, накладываемые на зависимость, сводятся к некоторым естественным условиям невырожденности.

Работа Г. Г. Михайличенко содержит интересный новый научный результат и заслуживает скорейшего опубликования. Оценивая место этого результата в геометрии, необходимо сказать следующее. По сравнению с тем, что было сделано ранее в геометрии расстояний, Г. Г. Михайличенко получено продвижение принципиального характера, а не просто “некоторое усиление”, как пишет автор на первой странице работы. Теорема, доказанная Г. Г. Михайличенко, по сути дела, есть то самое “жемчужное зерно”, которое математики, занимающиеся в своё время геометрией расстояний, так и не смогли найти.

Работа Г. Г. Михайличенко относится к направлению, которое он разрабатывает со своим учителем Ю. И. Кулаковым под названием Теории физических структур. Возможно, некоторое недоверие к Теории физических структур, послужило причиной отклонения статьи Г. Г. Михайличенко редакцией “Докладов АН СССР”. Я не считаю себя достаточно компетентным, чтобы судить о значении Теории физических структур Ю. И. Кулакова для физики. В математическом отношении, однако, то что делается Ю. И. Кулаковым и Г. Г. Михайличенко вполне корректно и приводит к достаточно интересным и содержательным математическим задачам, как можно судить по их работам, опубликованным в “Сибирском математическом журнале”.

Необходимо отметить, что рецензируемая работа Г. Г. Михайличенко имеет значение и может рассматриваться независимо от общих принципов Ю. И. Кулакова. В связи с этим, название работы следует признать не совсем удачным — читателю не знакомому с Теорией физических структур, оно ничего не говорит.

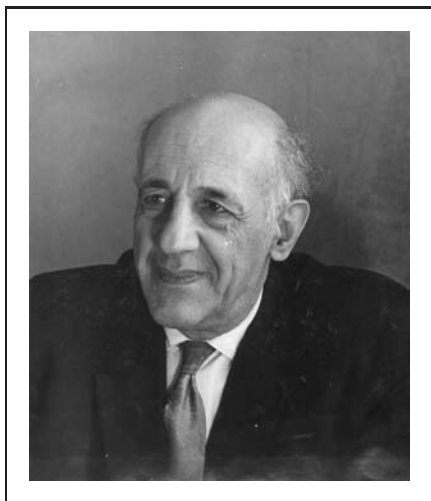
В заключении отзыва хочу отметить, что результаты статьи Г. Г. Михайличенко представляют интерес для широкого круга специалистов геометров. Авто-

ром развит принципиально новый подход к введению важного класса геометрий. Поэтому будет более правильным опубликовать данную работу в журнале общенаучного характера, каким является журнал “Доклады Академии наук СССР”, а не в узкоспециальном журнале. Изложение результатов, приведённых в рецензируемой статье, с полными доказательствами, к сожалению, занимает большой объём (более 100 машинописных страниц), ввиду чего оно не может быть быстро опубликовано. По этой причине публикация статьи Г. Г. Михайличенко, содержащей информацию о полученных результатах, весьма желательна.

**9. Ю.Б.РУМЕР (Доктор физ. мат. наук, профессор МГУ) о статье Ю.И. Кулакова “Геометрическая интерпретация основных понятий термодинамики”:**

В рецензируемой работе предлагается новая геометрическая интерпретация термодинамики, а также связанный с этой интерпретацией метод эмпирического обоснования термодинамики.

Исходя из основного уравнения термодинамики автор выводит “конечное уравнение термодинамики”, в которые входят суммы и разности работ вдоль смежных сторон цикла Карно. (Насколько мне известно, первое из этих соотношений не встречается в литературе). Далее, заменой переменных эти уравнения превращаются в геометрические соотношения, в которые входят симметрические (псевдоевклидовы) и антисимметрические (симплектические) расстояния.



Юрий Борисович Румер.

Поскольку эти расстояния имеют смысл соответствующих работ и потому могут быть непосредственно измерены на опыте, основное содержание термодинамики оказывается, таким образом, поддающимся экспериментальной проверке до введения каких-либо физических понятий, кроме понятия работы, “термостата”, “адиабата” (прибор, осуществляющий тепловую изоляцию), что и сделано во второй части работы.

Экспериментальные значения соответствующих работ удовлетворяют геометрическим соотношениям, аналогичным известному выражению объёма тетраэдра через длины рёбер (определитель Кели-Менгера). Это позволяет ввести в основные величины термодинамики  $T$  и  $S$  исходя из опытных данных, как декартовы координаты в соответствующих пространствах, а затем вывести из опытных данных, объединённых “геометрической” формулировкой, основное соотношение термодинамики.

В статье Ю. И. Кулакова обнаружена простая и неожиданная связь между



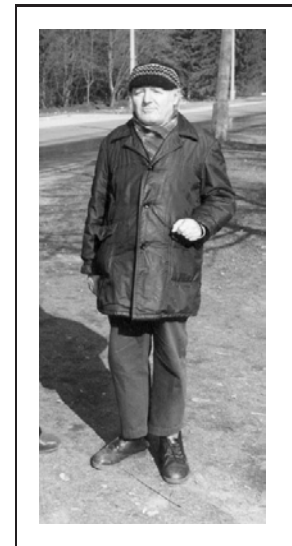
термодинамикой и метрической геометрией и предложен оригинальный подход к обоснованию термодинамики, более непосредственно связанный с экспериментом, чем обычно. При таком подходе введение понятия температуры, энтропии и внутренней энергии производится в рамках единого метода и, на мой взгляд, весьма изящно.

Считаю, что работа Ю. И. Кулакова “Геометрическая интерпретация основных понятий термодинамики”, относится к основаниям физики, представляет серьёзный интерес и безусловно заслуживает опубликования.

### 10. А.И.ФЕТ (Доктор физ.-мат. наук) о дипломной работе В.А.Зелова “Площади в двумерных геометриях”:

Как известно, Теория физических структур Ю. И. Кулакова позволила, в частности, описать с новой точки зрения все элементарные геометрии в смысле Гельмгольца–Клейна. Исследование двумерного случая, подробно проведённое Г. Г. Михайличенко, прибавило к классическим геометриям (эвклидовой, эллиптической, гиперболической, псевдоевклидовой, симплектической) некоторые новые, “экзотические” геометрии, ещё недостаточно изученные. В каждой из элементарных геометрий имеется содержательный набор инвариантов, прежде всего — аналоги расстояний, углов и площадей эвклидовой геометрии. Новый подход, возникший из Теории физических структур, позволил внести в эту классическую область геометрии единство и изящество.

Если рассмотреть расстояние двух точек как функцию координат этих точек, то для таких функций Г. Г. Михайличенко вывел дифференциальные уравнения, решение которых позволяет просто выразить расстояние через надлежащим образом выбранные координаты во всех плоских геометриях. Для углов соответствующая задача решена Е. Л. Лозицким. В рассматриваемой работе изучается общая задача об определении площадей треугольников во всех плоских элементарных геометриях. В отличие от обычного изложения неэвклидовых геометрий, при котором все геометрические построения производятся отдельно для каждого случая, В. А. Зелов кладёт в основу своего определения площадей свойство аддитивности, имеющееся во всех случаях. Рассматриваются неориентированные площади, т. е. все площади треугольников положительны, независимо от их ориентации (случай ориентируемых площадей может быть исследован аналогичным способом). Тогда во всех элементарных геометриях площадь четырёхугольника может быть двумя способами представлена как сумма площадей треугольников, на которые он разбивается диагоналями. Это очевидное соотношение приводит к общим дифференциально-функциональным уравнениям, реше-



Абрам Ильич Фет.



ние которых позволяет выразить площадь треугольника как функцию координат его вершин, и окончательно как функцию попарных расстояний между вершинами. Для всех элементарных геометрий, в том числе для новых случаев, открытых Г. Г. Михайличенко, получаются изящные формулы площадей, которые в таком виде не встречались в литературе, насколько мне известно, даже в сферической и гиперболической геометрии. Возможно, развитый в работе метод окажется полезным и в соответствующей многомерной задаче: заслуживает внимания, что объём тетраэдра в трёхмерной сферической геометрии до сих пор не удалось выразить в виде функции длин его рёбер. Эта задача была в последние годы предметом исследований ведущих французских математиков школы Бурбаки. Таким образом, “элементарная” геометрия отнюдь не завершена и не бесплодна!

В. А. Зелов продемонстрировал в своей дипломной работе ясное понимание Теории физических структур и немалые вычислительные способности, потребовавшиеся для получения окончательных формул в изящном прозрачном виде. Следует заметить, что он вовсе не ограничен в своих способностях вычислениями и хорошо понимает концепции современной математики. Думаю, что овладение математикой позволит ему затем вернуться к физике во всеоружии, в частности, к дальнейшим задачам, стоящим перед Теорией физических структур. Спешу заметить, что я всегда высоко ценил эту теорию, разделяя в этом мнение наших лучших физиков. Чтобы не было сомнения в том, кого я считаю таковыми, назову И. Е. Тама и М. А. Леонтовича. Что касается математики, то можно было бы сослаться и на мнение некоторых ныне здравствующих.

По-видимому, у В. А. Зелова было очень мало времени для написания текста работы; отсюда небольшие описки и некоторые неудачные термины. Это неким образом не отражается на оценке работы: считаю её удовлетворяющей всем требованиям, предъявляемым к дипломным работам.

## **11. А.И. ФЕТ (Доктор физико-математических наук) о диссертации В.Х. Льва, представленной на соискание степени кандидата физико-математических наук:**

Целью Теории физических структур является разыскание фундаментальных структур, лежащих в основании физических теорий. Поскольку геометрия может рассматриваться как специальная (и старейшая) область физики, уже на раннем этапе эта теория была применена к геометрическим структурам. Обнаружилось, что при этом получается в точности геометрии в смысле группового определения Феликса Клейна, предложенного им в 1872 году в его исторической “Эрлангенской программе”. Можно назвать эти геометрии “элементарными”, поскольку из них строятся все известные геометрические системы методом связностей в расслоённых пространствах, принадлежащим Э. Картану. Тем самым устанавливается связь между двумя подходами к “геометрии в смысле Клейна”, или элементарным геометриям. Первый из них разработанный Гельмгольцем, основан на идее “максимальной подвижности”: группа преобразований элементарной геометрии  $n$ -мерного пространства должна иметь то же число суще-

ственных параметров, что и группа движений евклидова пространства, то есть  $\frac{1}{2}n(n+1)$ . Вторым подходом является “чистая геометрия расстояний”, в которой берётся  $n+2$  точки  $n$ -мерного пространства и налагается соотношение, связывающее их попарные расстояния. Такие соотношения были предметом исследования Кэли, Менгера, Блюменталля и других математиков. Оба эти подхода оказались эквивалентными. Существенно, что, в отличие от классических работ, Теория физических структур не отправляется от данных, заранее известных геометрических систем, таких как евклидовы, неевклидовы, псевдоевклидовы и симплектические геометрии, а постулирует лишь наличие общего соотношения между попарными расстояниями  $n+2$  точек и выводит отсюда все возможные типы элементарных геометрий. Это было впервые продемонстрировано Г. Г. Михайличенко в его известной заметке, опубликованной в Докладах Парижской академии наук в 1981 году. Г. Г. Михайличенко классифицировал двумерные элементарные геометрии, обнаружив, кроме классических, ещё несколько “экзотических” геометрий, изучение которых лишь начинается. Применённый им аппарат исследования — сравнительно мало разработанные функциональные уравнения, решения которых получаются с помощью уравнений в частных производных.



Владимир Лев.

Иной подход, содержащийся в работах В. Х. Льва, использует группы и алгебры Ли. Соотношения между расстояниями дифференцируются по всем координатам точек, и из полученных уравнений выводятся операторы и перестановочные соотношения алгебры Ли соответствующей группы симметрии. Можно сказать, что если Г. Г. Михайличенко исходил из “геометрии расстояний” в смысле Кэли, то В. Х. Лев отправляется от “максимальной подвижности” в смысле Гельмгольца, сразу же переходя к разысканию групп преобразований, сохраняющих расстояния. Как показал диссертант, такой метод оказывается весьма эффективным и применим не только к геометрическим, но и к физическим структурам, позволяя использовать хорошо развитый аппарат теории групп Ли.

В диссертации классифицируются возможные геометрии расстояний в размерности 2, 3, 4, а также намечается программа исследований, обещающая найти все такие геометрии любой размерности. При  $n = 2$  получается таким способом геометрия, найденная Г. Г. Михайличенко. В размерностях 3 и 4 результаты диссертации новы и представляют, по моему мнению, значительный интерес. По своему стилю работа производит впечатление естественно-научного исследования, изучающего реальные объекты, а не просто связи между определениями,

как это часто случается в современной математике. Диссертант вполне владеет средствами теории групп Ли, и те группы, к которым он приходит, родственны группам преобразований, рассмотренным для плоского случая самим Суффусом Ли.

Я считаю, что диссертация с избытком удовлетворяет требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а сам диссертант вполне заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук.

## 12. А.И. ФЕТ (Доктор физико-математических наук) о книге Г.Г. Михайличенко "Полиметрические геометрии":

Метрическая точка зрения на геометрию, возникшая в 19 веке в работах Гельмгольца и Пуанкаре, тесно связана с групповой концепцией геометрии Клейна. Принципиально важная теорема автора книги устанавливает эквивалентность обоих классических подходов к геометрии. Другой традиционной чертой геометрии всегда была симметричность расстояний (как в случае евклидовой, псевдоевклидовой и гиперболической геометрий) или антисимметричность (как в случае симплектической геометрии). Теория феноменологической симметрии Ю.И.Кулакова, создавшая достаточно общую концепцию расстояния, позволила автору доказать, что с точностью до естественной эквивалентности все метрические геометрии симметричны или антисимметричны.



Семинар по Теории физических структур в НГУ

Далее, с точки зрения теории Ю.И.Кулакова, метрические геометрии вообще составляют частный случай его "физических структур", охватывающих все "элементарные" законы физики. При этом Ю.И.Кулаков заметил, что в основании термодинамики лежат две метрики, к которым Г.Г.Михайличенко прибавил третью. Полученные таким образом три метрики позволяют дать геометрическую аксиоматику термодинамики, принципиально отличную (и, как я полагаю,

более простую), чем известная аксиоматика Каратеодори.

Это наблюдение оправдывает интерес к "полиметрическим" геометриям, то есть геометриям, между точками которых есть более одного расстояния. Новая "геометризация" физики, предложенная Ю.И.Кулаковым, позволяет ожидать от таких геометрий необычных физических соотношений.

Автор книги, Г.Г.Михайличенко, дал в свое время полную классификацию "однометрических" физических структур, представляющую выдающееся достижение исчерпывающей математической классификации. Полиметрический случай гораздо труднее, и пока имеются лишь первые результаты, составляющие основное содержание рассматриваемой книги: изучаются простейшие двуметрические и триметрические структуры. Одна из последних составляет логическую основу термодинамики.

Аспирант Г.Г.Михайличенко, В.А.Кыров, написал приложение об алгебрах Ли, связанных с трехмерными геометриями.

Книгу Г.Г.Михайличенко можно смело рекомендовать к изданию как по ее содержанию, так и по математическому мастерству.

### **13. А.И. ФЕТ (Доктор физ.-мат. наук) о работе Г.Г. Михайличенко "Простейшие $s$ -метрические геометрии", ч. I:**

Рецензируемая работа представляет собой, как видно из её заглавия, введение в серию работ, посвящённых классификации  $s$ -метрических геометрий. Эта первая часть по содержанию близка к докторской диссертации Геннадия Григорьевича и будет, насколько мне известно, первой подробной публикацией части её результатов. Уже "однометрический" вариант работы имеет важное значение для геометрии, и я начну, для простоты, с объяснения её идейного содержания в однометрическом случае, а потом уже перейду к смыслу " $s$ -метрики".

После появления гиперболической и эллиптической геометрий понятие "геометрии постоянной кривизны" было предметом пристального внимания математиков девятнадцатого века. Замечательно, что их общую характеристику открыл физик Гельмгольц, описавший их как геометрии с "наибольшей подвижностью". Именно он указал, что  $n$ -мерная геометрия постоянной кривизны допускает транзитивную группу преобразований, сохраняющих её метрику и зависящую от  $\frac{n(n+1)}{2}$  параметров (в более поздней метрикологии это  $\frac{n(n+1)}{2}$ -мерная группа Ли). Для простоты мы назовём такие геометрии "элементарными". С другой стороны, ещё с древности было известно, что евклидова геометрия характеризуется, в размерностях 2 и 3, определенными соотношениями, связывающими попарные расстояния любых трёх (соответственно, четырёх) точек. Но в синтетическом подходе Евклида эти соотношения не привлекали внимания, так как не ставилась задача построить геометрию на единственном её главном понятии – расстоянии. Эту задачу выполнили, уже в 20-м веке, Менгер и Блюменталь, для элементарных геометрий любой размерности. Важные формулы, связывающие в  $n$ -мерном пространстве попарные расстояния любых  $n + 2$  точек, мало известны и обычно не включаются даже в подробные трактаты по "неевклидовой

геометрии”. Таким образом, элементарные геометрии получили два различных описания: в терминах групп движений и в терминах расстояний. Эквивалентность обоих подходов демонстрировалась просто перечнем конкретных геометрий, известных в то время.

Новый подход к “элементарным геометриям” возник из Теории физических структур Ю.И.Кулакова, широко обобщившего понятие расстояния и перенесшего это понятие на фундаментальные структуры физики. В физике приходится рассматривать численные инварианты двух точек, принадлежащих, как правило, *различным* пространствам и соответствующим взаимодействующим объектам разной природы; обобщённое расстояние является численной характеристикой взаимодействия. Геометрия оказывается при этом специальной отраслью физики, в которой оба упомянутых выше пространства совпадают. Но при этом, конечно, уже не обязательно требовать, чтобы расстояние удовлетворяло обычным аксиомам метрического пространства, например, чтобы было положительно, симметрично или подчинялось неравенству треугольника. Что такие более общие расстояния имеют важное значение, видно из примеров симплектической геометрии, лежащей в основе гамильтоновой механики, или псевдоевклидовой геометрии, лежащей в основе теории относительности.

Возникает вопрос: Какие существуют “элементарные геометрии” в таком более широком смысле слова? Два классических подхода, описанных выше, могут быть применены к этому вопросу. Подход Гельмгольца в общем виде состоит в следующем. Пусть на  $n$ -мерном многообразии  $\mathfrak{M}$  задана функция двух точек  $f(i, j)$  с действительными значениями (или, более общим образом, с комплексными значениями, что в этой работе не рассматривается). Каким образом могут действовать на  $\mathfrak{M}$  группы Ли преобразований, сохраняющих функцию  $f(i, j)$ ? Каково максимальное число параметров таких групп?

Подход “метрических соотношений” Менгера, в обобщении Кулакова, состоит в следующем: Пусть на  $n$ -мерном многообразии  $\mathfrak{M}$  для каждых  $n + 2$  точек  $i, j, \dots, v, w$  удовлетворяется соотношение

$$\mathfrak{F}(f(i, j), f(i, k), f(j, k), \dots, f(v, w)) = 0,$$

связывающее  $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$  попарных расстояний между этими точками. Каковы могут быть расстояния  $f(i, j)$  и функция  $\mathfrak{F}$ ?

Главный результат рецензируемой работы состоит в доказательстве *эквивалентности двух указанных подходов*. А именно, если существует приведенное выше соотношение между расстояниями, то на многообразии транзитивно действует группа преобразований Ли размерности  $\frac{n(n+1)}{2}$ , сохраняющая расстояния; и обратно, если существует такая группа, то имеется функциональное соотношение между  $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$  попарными расстояниями любых  $n + 2$  точек многообразия.

В действительности автор рассматривает более общий случай, когда на многообразии размерности  $ns$  ( $s$  – целое положительное число) для каждых двух точек  $i, j$  определено  $s$  чисел  $f^\mu(i, j)$  ( $\mu = 1, 2, \dots, s$ ), составляющих  $s$  расстояний. Соответственно, размерность группы движений в предыдущей эквивалентности равна  $\frac{sn(n+1)}{2}$ , а число расстояний, связываемых соотношением, равно

$\frac{s(n+1)(n+2)}{2}$ . Это обобщение нужно в физике. Например, в термодинамике, где Ю.И.Кулаков ввел *два* расстояния – симметричное и антисимметричное – через эти расстояния выражаются основные закономерности равновесных процессов в газах. С этого примера автор и начинает свою работу, мотивируя введение  $s$ -расстояний. Несомненно, в следующих частях работы будут их дальнейшие приложения.

Статья написана с классической “локальной” точки зрения, то есть теоремы доказываются в окрестности точек, где ранги некоторых матриц Якоби должны удовлетворять естественным условиям. В открытых автором “экзотических” геометриях такие условия могут нарушаться на подмногообразиях меньшей размерности. Представляло бы интерес, разумеется, глобальное исследование рассмотренных в работе вопросов; но надо заметить, что даже в классической дифференциальной геометрии глобальные результаты до сих пор редки.

Доказательства, содержащиеся в работе, весьма изобретательны. Алгебра Ли группы движений реализуется векторными полями на многообразии, связанными с расстояниями  $f(i, j)$  системами дифференциальных уравнений. Автор виртуозно владеет техникой анализа, необходимой для исследования их решений, и применяет её в обстановке, не встречающейся у классиков, поскольку расстояния не могут быть заданы, как это обычно делалось, римановой метрической формой. Ему приходится рассматривать расстояния “далёких” точек  $i, j$ , и теория локальна лишь в том смысле, что *каждая* из точек меняется в своей малой окрестности, но окрестности разных точек не пересекаются.

Сжатое изложение работы, в которой читателю предоставляется ряд более простых выкладок, исключает какие-либо требования о её сокращении. Я и прежде читал эти доказательства, но в более кратком изложении я бы их не понял.

Полагаю, что работа Г.Г.Михайличенко удовлетворяет всем требованиям, какие можно предъявить к важному математическому исследованию, и непременно должна быть опубликована.

**14. В.В. ЦЕЛИЩЕВ** (Зав. сектором логики и теории познания Института истории, филологии и философии СО АН СССР, канд. филос. наук (ныне доктор филос. наук)) **о статье Ю.И. Кулакова “О необходимости новой постановки проблемы в теоретической физике”:**

Статья посвящена исследованию философских оснований физики. Автор анализирует пути развития этой науки и те трудности, которые стоят перед физикой в настоящее время. Основным положением статьи является тезис и необходимости унификации физического знания. По мнению автора, одним из возможных путей к построению единой физической теории является переход к такому уровню формулировки физической теории, когда не только основные уравнения, но и сами физические понятия и величины возникают естественным образом как единственно возможные инварианты. В качестве математического аппарата унификации предполагается разрабатываемая автором Теория физи-

ческих структур, в основе которой лежит так называемый принцип сакральной симметрии.

Оценивая статью в целом, можно сказать, что в ней изложены некоторые результаты большой работы, проделанной Ю. И. Кулаковым за последние годы.

Отзыв дан для предъявления в ВИНТИ при рассмотрении вопроса о депонировании статьи Ю. И. Кулакова.

**15. А.М. ШЕЛЕХОВ (Доктор физико-математических наук) о диссертации Г.Г.Михайличенко, представленной на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.04 – геометрия и топология:**

Как показывает история, обсуждения вопроса “что такое геометрия?” не раз приводило к возникновению принципиально новых взглядов в математике, к повороту в развитии всей науки. Не раз геометрия как бы рождалась заново, вместе с ней развивалось понятие числа, изменялась концепция пространства и времени, возникали новые течения в философии. Поворотные моменты в истории геометрии отмечены именами Евклида, Декарта, Гаусса, Лобачевского, Клейна, Гильберта, Пуанкаре, Римана. После внушительных успехов геометрии её авторитет в семье естественных наук повысился настолько, что положение можно охарактеризовать, перефразируя известную французскую поговорку: “chercher la géométrie”. Эта особенно заметно в физике: многие современные физические теории имеют естественный геометрический аналог, и именно присоединение к физической идее геометрического обоснования делает задачу более увлекательной и перспективной.



Владимир Лев, Юрий Кулаков, Виктор Шахов и Геннадий Михайличенко



В диссертации Г.Г.Михайличенко рассматривается круг проблем, являющийся естественным развитием классических идей, лежащих в основании современной геометрии. Кроме того, полученные им результаты имеют непосредственное приложение к физике. Поэтому актуальность выбранной автором тематики несомненна. Основным результатом диссертации, на наш взгляд, является доказательство эквивалентности двух геометрических концепций: геометрии максимальной подвижности и геометрии расстояний, рассматриваемых в самом общем виде. Именно, расстоянием между двумя точками называется функция достаточно общего вида, для которой известные аксиомы метрики, вообще говоря, не выполняются. Далее предполагается что  $(n + 2)(n + 1)/2$  всевозможных расстояний между  $n + 2$  точками связаны некоторой гладкой функциональной зависимостью, также достаточно общего вида и с минимальными естественными ограничениями. Доказано, что геометрии такого вида и только они обладают максимальной подвижностью, то есть допускают группу преобразований, зависящую от максимально возможного числа параметров (Теоремы 1 и 2 из гл. 1). Этот результат детализируется для двумерного случая в §§ 3 – 5 гл. 1.

В § 3 гл. 1 дана классификация двумерных геометрий рассматриваемого вида. Доказано, что их всего 10. Все метрики указаны явно и для каждой из них найдены соответствующие группы преобразований. При этом, наряду с известными, получились две новые геометрии.

В § 4 приведена классификация трёхмерных алгебр Ли инфинитезимальных операторов группы преобразований плоскости с точностью только до преобразования координат. Используя эту классификацию, автор в § 5 гл. 1 находит двухточечные инварианты для каждой из геометрий. Оказывается, что невырожденные совпадают с плоскими метриками, найденными в § 3. Этот факт даёт непосредственное доказательство основных теорем из §§ 1, 2 гл. 1 об эквивалентности двух геометрических концепций в случае  $n = 2$ .

Во второй главе аналогичная теория развивается для физических структур (в смысле Ю.И.Кулакова). С геометрической точки зрения это геометрия расстояний на двух множествах, то есть расстояние определяется как некоторая функция на прямом произведении  $M \times N$ , где  $M$  и  $N$ , вообще говоря, различны. Вводятся аксиомы, определяющие физическую структуру ранга  $(n + 1, m + 1)$  и порядка  $s$ , и аксиомы, определяющие на  $M \times N$  геометрию максимальной подвижности. Основным результатом главы 2 (теоремы 1 и 2 из § 1) состоит в том, что понятие физической структуры ранга  $(n + 1, m + 1)$  и геометрии ранга  $smn$  эквивалентны. В последующих параграфах результаты детализируются.

В § 2 перечислены физические структуры ранга  $(n + 1, m + 1)$  порядка 1, где  $m + 1 = n = 1, 2, 3 : m = n \leq 2, m = n - 1 \leq 2$  и для каждой из них найдены соответствующие группы преобразований.

В § 3 гл. 2 автор ещё раз возвращается к теории групп Ли преобразований и обсуждает вопрос о различных отношениях эквивалентности для алгебр инфинитезимальных операторов. Указывается, где проявляется различие между эквивалентностью и слабой эквивалентностью, Дело в том, что группа  $\varphi(\lambda, \mu)$  преобразований пространства  $M \times N$ , на котором задана физическая структура, определяется через действие одной и той же параметрической группы на много-



образии  $M$  и  $N$  (группы преобразований  $\varphi(\lambda)$  и  $\varphi(\mu)$ ). Алгебра Ли группы  $\varphi(\lambda, \mu)$  называется эквивалентным взаимным расширением алгебр групп  $\varphi(\lambda)$  и  $\varphi(\mu)$ , если эти алгебры эквивалентны, и неэквивалентны расширениям так в противном случае. Для слабоэквивалентных алгебр как эквивалентные так и не эквивалентные расширения. При этом может оказаться (есть примеры), что в случае эквивалентного расширения двухточечный инвариант группы  $\varphi(\lambda, \mu)$  — локально не вырожден.

В § 4 приводится классификация четырёхмерных алгебр Ли инфинитезимальных операторов с точностью до эквивалентности, и эта классификация сопоставляется с известной классификацией Софус Ли.

В § 5 рассмотрены физические структуры ранга (3,3) и порядка 1. Установлено, что их всего две, и для них найдены группы преобразований. Показано, как по этим группам найти вид соответствующей метрики.

В § 6 гл. 2 перечислены все физические структуры ранга  $(n+1, 2)$  и порядка 1. Они существуют только при  $n = 1, 2, 3$ . Для всех найден вид в локальных координатах, найдены операторы соответствующих групп преобразований.

В заключении дано определение  $p$ -арной физической структуры, обобщающее рассмотренные бинарные структуры. Указаны соотношения на размерности, при которых существует нетривиальная группа преобразований, и доказано, что такие группы существуют только для бинарных физических структур.

Большим достоинством работы является тот факт, что весьма глубокие результаты получены с помощью классического математического аппарата: это группы Ли преобразований и функциональные уравнения. Автору удалось сделать тонкое наблюдение и в той и в другой области математики и весьма нетривиальным образом применить их в своей работе.

Другое несомненное достоинство диссертации — хороший язык и ясность изложения. По стилю работа ближе к учебнику, чем к монографии. Например, наиболее важные понятия автор обсуждает неоднократно.

Доказательства подробные, хотя здесь, на мой взгляд, есть некоторая диспропорция. В некоторых местах рассуждения чересчур детализированы (например, на стр. 155–156), хотя в другом месте (§ 2 гл. 2) доказательство заменено ссылкой на соответствующую публикацию. Ещё одно замечание касается расположения материала: непонятно, почему необходимые сведения теории групп Ли преобразований даны в § 3 гл. 2, а не раньше. Наконец, в определении 1 на стр. 122 может лучше было бы сказать, что функция  $f$  физическую структуру на  $M \times N$ , а не на “ $M$  и  $N$ ” (то же самое — об определении 2 на стр. 125).

Итак, в работе решена фундаментальная математическая проблема: установлена эквивалентность двух концепций геометрии; дано строгое определение физической структуры и доказано, что её задание эквивалентно заданию геометрии с группой симметрий. Найдены все геометрии максимальной подвижности в двумерном случае, то есть решена задача А. Пуанкаре, найдены некоторые физические структуры порядка 1 и соответствующие им группы преобразований, разработана методика решения описанных задач, которая может быть эффективно использована и при дальнейших исследованиях в этом направлении. Полученные результаты корректны и полностью опубликованы. Автореферат вполне отра-

жает содержание диссертации. Поэтому считаю, что диссертационная работа “Групповые свойства физических структур” соответствует уровню требований, предъявленных к докторской диссертациям, а её автор Г.Г.Михайличенко заслуживает присуждения ему учёной степени доктора физико-математических наук.

**16. Д.В. ШИРКОВ (Зав. кафедрой теор. физики НГУ, чл.-корр. АН СССР) о конспекте лекций Ю.И. Кулакова “Элементы Теории физических структур”:**

Данный конспект лекций возник на базе спецкурса, читаемого автором на физическом факультете НГУ в течении нескольких лет.



После лекции в НГУ

Этот спецкурс посвящён строгому анализу основных понятий физики таких как “пространство” и “время”, “метрический тензор” и “тензор электромагнитного поля”, “масса”, “сила”, “температура”, “энтропия” и т. п. Наряду с ними в Теории физических структур большое внимание уделяется строению физических законов и физических величин. Эти понятия, на базе которых и осуществляется всё построение теоретической физики, с полным правом могут быть названы “предварительными понятиями физики”, поскольку физика не столько посвящена изучению этих понятий, сколько строится на их основе.

Основные понятия Теории физических структур состоят, во-первых, в принципиально новом подходе к классификации физических теорий, а во-вторых, в доказательстве того, что (при известных оговорках) только число независимых физических объектов определяет собой (при

надлежащем выборе физических шкал) математическую структуру соответствующего физического закона. Эти результаты обсуждались на кафедре теоретической физики в Московском и Ленинградском университетах, в Дубне

и ФИАНе и вызывали определённый интерес со стороны многих физиков.

Существенное место в лекциях занимает математическая формулировка принципа феноменологической симметрии, лежащего в основании Теории физических структур и доказательство единственности физических структур различного типа. Эти результаты тщательно проверены математиками и их научный уровень не вызывает сомнений.

Считаю, что публикация работы Ю. И. Кулакова в виде ротапринтного издания НГУ будет полезной как для целей обсуждения среди научных работников, интересующихся данным кругом проблем, так и для студентов НГУ.

**17. Ю.С.Владимиров (Доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник физического факультета Московского Университета, член секции гравитации НТС Минвуза СССР) о диссертации Г. Г. Михайличенко “Групповые свойства физических структур”, представленной на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.04 — геометрия и топология.**

Диссертация Г. Г. Михайличенко посвящена разработке и исследованию нового направления в математике и теоретической физике, названного Теорией физических структур. Это направление было начато Ю. И. Кулаковым и получило развёрнутую и строгую математическую формулировку в работах Г. Г. Михайличенко. Так им найдены все возможные законы физических структур с парными вещественными отношениями на двух множествах элементов, впервые показано, какие возможны, а какие нет ранги таких структур. В его работах впервые найдены все решения для физических структур рангов 3 и 4 с вещественными парными отношениями на одном множестве элементов. Им же сделаны важные шаги в исследовании физических структур с несколькими парами отношений и структур с тройными и т. д. отношениями на одном и на двух множествах элементов. На наш взгляд, уже этого достаточно для присуждения Г. Г. Михайличенко степени доктора физико-математических наук. Однако диссертант нашёл значительно дальше. В данной диссертации проведено глубокое исследование соотношения феноменологической симметрии, имеющей место в Теории физических структур, и симметрии, описываемой группами Ли и широко используемой в современной математике и теоретической физике.

Нам представляется, что физические структуры будут играть важную роль в развитии фундаментальной теоретической физики. Это следует хотя бы из следующих соображений. В работах Ю. И. Кулакова, Г. Г. Михайличенко и В. Х. Льва показано, что физическим структурам на одном множестве элементов соответствуют широко известные геометрии: евклидовы, псевдоевклидовы, геометрии Лобачевского, Римана (постоянной положительной кривизны), симплектические и другие. Поскольку структуры на двух множествах элементов строятся таким же образом, что и структуры на одном множестве элементов, то можно утверждать, что им соответствуют новые, можно назвать бинарными, геометрии.

В современной физике сейчас доминирует тенденция геометризации основных её положений и особенно известных фундаментальных взаимодействий, что выразилось в виде эйнштейновской теории относительности, геометризировавшей гравитационное взаимодействие, в виде многомерных геометрических моделей типа Калуцы-Клейна, теорий Вейля, Эйнштейна-Картана, финслеровых геометрий и т. д. Но в этих теориях используются геометрии на одном множестве элементов (точек). Поскольку открыты бинарные геометрии (структуры), причём они более просты и элементарны, то естественно возникает мысль применить для геометризации физики новые, бинарные геометрии. Такие исследования на базе математических работ Г. Г. Михайличенко и Ю. И. Кулакова ведутся в нашей группе.



Ю.С. Владимирова, Ю.И. Кулаков и Г.Г. Михайличенко.

Уж вырисовались контуры такой новой теории, названной нами бинарной геометрофизикой. Эта теория позволяет на новой основе объединить теорию классического пространства-времени и физических взаимодействий, выйти на решение таких проблем как обоснование размерности и сигнатуры классического пространства-времени, обоснования известных физических взаимодействий и свойства элементарных частиц. Более того, оказалось, что физики давно пользуются понятиями бинарной геометрофизики в виде теории спиноров, квадратичных выражений в квантовой механике и т. д. Среди известных разделов математики к Теории физических структур ближе всего находится теория линейных пространств, однако она может рассматриваться лишь как частный случай физических структур, которые значительно шире её. В Теории физических структур ещё содержатся так называемые бинарные вырожденные структуры рангов  $(r \pm 1, r)$ ,  $(2, 4)$  и  $(4, 2)$ , ряд геометрий с одним множеством элементов (точек). Всё это говорит об актуальности и чрезвычайной важности диссертационной работы Г. Г. Михайличенко.

Кратко характеризую данную диссертацию. Она состоит из введения, двух глав и заключения. Её объём составляет 251 страницу, библиография содержит 44 названия. Материал изложен чётко, строгим, но доходчивым языком.

Первая глава посвящена исследованию феноменологической и групповой симметрий в рамках теории физических структур на одном множестве элемен-

тов. Как уже отмечено, им соответствуют обычные геометрии, причём их размерность  $n$  выражается через ранги  $r$  физических структур соотношением  $n = r - 2$ . Из основных результатов этой главы следует отметить: во-первых, здесь дано наиболее чёткое и корректное определение теории физических структур на одном множестве элементов, во-вторых, дано определение подвижности (движений) в рамках таких структур, в-третьих, в § 3 выведены все возможные 2-геометрии соответствующие структуре ранга 4, в-четвёртых, с помощью классификации алгебр Ли, здесь выведены группы Ли в соответствующих структуре геометриях.

Во второй главе аналогичные задачи решены в рамках Теории физических структур с вещественными парными отношениями на двух множествах элементов, т. е., как мы называем, для бинарных геометрий. Здесь опять большое внимание уделено построению аксиоматике бинарных (на двух множествах) структур, определению движений, получению групп Ли, соответствующих феноменологической симметрии. Самое существенное в этой главе — вывод всех законов для физических структур с вещественными парными отношениями на двух множествах.

В качестве замечаний и отчасти пожеланий для дальнейшей работы диссертанта отмечу следующее:

1. В диссертации исследуется вопрос о группах преобразований, оставляющих инвариантными парные отношения соответствующих структур. Однако в такой теории естественным образом возникают объекты, играющие важную роль в теории и для которых имеют место более широкие группы преобразований. В качестве примера приведу комплексифицированную бинарную структуру ранга  $(3,3;6)$  используемую в качестве ключевой в бинарной геометрофизике. В этой теории преобразования, оставляющие инвариантными парные отношения, составляют 4-параметрическую группу  $U(2)$ , тогда как важный объект, связывающий две пары разноимённых элементов, остаётся инвариантным относительно более широкой 6-параметрической группы  $SL(2, C)$ . Хотелось бы видеть аналогичные примеры и в рамках Теории структур с вещественными парными отношениями, разработке которой посвящена данная диссертация.
2. Мне представляется, что материал диссертации следовало бы разбить на большее число глав, отнеся в разные главы аксиоматику Теории структур и исследования соответствующих феноменологических и групповых симметрий.
3. Диссертант ограничился слишком узким кругом цитированной литературы. Так, в автореферате он привёл всего 14 своих работ, тогда как им опубликовано значительно больше статей на эту тему; например, даже в диссертации диссертант ссылается на 22 свои работы. Кроме того, в Новосибирской группе Кулакова-Михайличенко выполнено по данной тематике более сотни работ, а весь список литературы содержит лишь 44 названия. В этом

списке, например, нет нашей монографии (Ю. И. Кулаков, Ю. С. Владимиров, А. В. Карноухов “Введение в Теорию физических структур и бинарную геометрофизику”. М.: Изд-во Архимед. 1992), в которой мы многократно ссылаемся на работы Г. Г. Михайличенко. Уместно было бы сослаться на работы Л. Блюменталя, Э. Маха и других по близкой тематике.

4. В заключении диссертации хотелось бы видеть чёткое перечисление основных результатов, выносимых на защиту. Этого диссертант не сделал.

Несмотря на эти досадные недочёты, диссертация заслуживает самой высокой оценки. В ней получен ряд принципиально новых результатов, отмеченных выше. Она выполнена на достаточно высоком математическом уровне, прошла основательную апробацию на многих авторитетных семинарах Москвы, С-Петербурга, Казани, Новосибирска, на ряде конференций и в печати.

Диссертация Г. Г. Михайличенко удовлетворяет требованиям ВАКа, предъявляемым к докторским диссертациям, а сам диссертант заслуживает присуждения искомой учёной степени доктора физико-математических наук.

Автореферат достаточно полно отражает содержание диссертации.

Основные результаты своевременно опубликованы в указанных диссертантом 14 работах.

### **18. Ю.С.ВЛАДИМИРОВ о цикле работ по Теории физических структур доцента Новосибирского государственного университета Ю. И. Кулакова.**

В цикле работ Ю. И. Кулакова, опубликованных с середины 60-х годов по настоящее время, предложено и широко развито новое оригинальное направление в теоретической физике, названное им Теорией физических структур. Суть состоит в следующем: На одном или нескольких множествах элементов задаются парные, тройные и т. д. отношения, определяемые вещественными числами. Ставится задача определить возможные законы, связывающие отношения между наборами элементов, которые были бы инвариантны относительно всех допустимых изменений элементов (т. е. которые были бы справедливыми для всех элементов, входящих в множества). Показано, что эта задача может быть решена в общем виде, и указаны конкретные законы для отношений различной кратности и разного числа основных множеств. Доказан ряд теорем, показывающих, что для некоторых кратностей и чисел множеств вообще отсутствуют какие-либо законы. Сформулированная Теория структур в ряде отношений соответствует теории



Ю.С.Владимиров и  
Ю.И.Кулаков  
в Пуццино-на-Оке.

групп, однако оказывается значительно шире их. В частности, Ю. И. Кулаковым с учеником Г. Г. Михайличенко и В. Львом указаны виды структур, соответствующие группам Ли. Сформированная Теория структур имеет не только математический интерес, а, что самое главное, позволяет с единой точки зрения охватить множество физических законов и используемых в физике соотношений, причём достигаемая степень единства оказывается поразительной. Это, по-видимому, и послужило причиной названия структур физическими. На языке структур Кулакова можно сформулировать законы динамики Ньютона, термодинамику, законы Ома и преломления света и многие другие. При этом даётся не только их переформулировка, но и достигается кристальная ясность многих фундаментальных понятий, входящих в формулировки законов, например таких как масса, сила, сопротивление и другие. Особое место занимает приложение физических структур к описанию пространственных и пространственно-временных многообразий различной размерности, причём как плоских, так и пространств постоянной положительной и отрицательной кривизны. Примечательно, что Теория структур выявляет новые виды геометрий, ранее не рассматривавшихся.

Мне представляется, что перечисленные здесь приложения структур Кулакова далеко не исчерпывают всех случаев, где они могут оказаться плодотворными. Есть все основания надеяться на их важность при развитии теории прямого межчастичного взаимодействия фоккеровского типа и в других разделах физики.

Полученные результаты Ю. И. Кулаков докладывал на многих авторитетных форумах как физиков-теоретиков, так и математиков. Так, он выступал на всесоюзных конференциях по теории относительности и гравитации, на семинарах в МГУ и в других вузах страны. Неоднократно от выступал на семинаре секции гравитации научно-технического совета Минвуза СССР, работающего на физическом факультете МГУ. Идеи Ю. И. Кулакова вызывали большой резонанс и признание. Они развиваются не только в Новосибирском университете, но и в других научных центрах. Его идеи получили и международное признание. Он избран иностранным членом Академии наук в Болоньи (Италия). Свидетельством важности работ Ю. И. Кулакова является также предложение издательства Шпрингер (ФРГ) Кулакову подготовить для издания у них монографии по физическим структурам.

На основании изложенного считаю, что Ю. И. Кулакову нужно предоставить должные условия для оформления всего круга полученных им и его учениками результатов в виде докторской диссертации или монографии (или того и другого). Монография, написанная Ю. И. Кулаковым, способствовала бы закреплению приоритета нашей страны в данном фундаментальном направлении физики и математики.

### **19. Ю.И КУЛАКОВ о дипломной работе студента Тюменского университета Е.Л. Лозицкого.**

Физическая наука последних лет всё более и более явно вступает в принципиально новую качественно своеобразную фазу своего развития. Ещё совсем



недавно, какое-нибудь одно или два десятилетия тому назад, основная задача физиков-теоретиков приобрела, казалась бы навсегда, довольно традиционный, стандартный характер: используя концептуальный базис теории относительности и квантовой механики, точно предсказывать, количественно рассчитывать тот или иной конкретный эффект, то или иное явление, наблюдаемое или открываемое физиками-теоретиками.

Понятийные структуры, созданные ещё в первом десятилетии XX века Планком, Эйнштейном, Бором, Борном, Шрёдингером, Гейзенбергом, Дираком и др. служили достаточно надёжным фундаментом для описания огромного количества опытных фактов.

Но дальнейшее развитие современной физики становится невозможным без обновления и совершенствования понятийного аппарата. Однако революция в физике оказывается плодотворной только тогда, когда она позволяет выделить новый математический аппарат, с помощью которого можно сформулировать основные, наиболее глубокие закономерности объективного мира. Физика стоит на пороге открытия нового фундаментального принципа. Чтобы стать проще физика должна стать ещё более нетривиальной.

Открытие Теории физических структур позволило взглянуть на всю теоретическую физику с новой точки зрения, с новых позиций. Евклидова геометрия — старейшая физическая теория составляет фундамент классической физики и стоит в одном ряду с законами механики Ньютона, уравнениями Максвелла, законами термодинамики, аксиомами квантовой механики.

Что нового можно обнаружить в элементарной геометрии, казалось бы навсегда исчерпанной Эрлангенской программой Клейна (1872), установившей связь элементарной геометрии с теорией групп, и работами Давида Гильберта (1899), подвергнувшему евклидову геометрию строгому логическому анализу?

Однако с открытием Теории физических структур элементарная геометрия приобрела второе дыхание.

Дипломная работа Евгения Леонидовича Лозицкого представляет собой блестящий пример применения Теории физических структур для построения новых геометрических структур, существенным образом обогащающих общепринятое понимание места, занимаемого элементарными геометриями в математике.

Дело в том, что аксиомы, лежащие в основании Теории физических структур, позволяют получать как следствия, как весьма нетривиальные теоремы, те утверждения, которые обычно принимаются в качестве аксиом при всех существующих к настоящему времени способах построения элементарных геометрий.

В своей дипломной работе Е. Л. Лозицкий совершенно по-новому формулирует проблему построения элементарной геометрии. Опираясь на идею феноменологической симметрии, составляющую основное содержание Теории физических



Евгений Лозицкий.



структур, он понимает под построением элементарной геометрии нахождение соответствующей “внутренне симметричной” гиперповерхности, определяющей вид метрики, нахождение всех многоточечных инвариантов и всевозможных их связывающих соотношений.

Прежде всего он отказывается от всякой ссылки на наглядность и определяет основные геометрические понятия как многоточечные инварианты:

$\varphi^2(1, ij)$  — плоский угол,

$\varphi^2(ijk)$  — площадь треугольника,

$\varphi^3(12, ij)$  — двугранный угол,

$\varphi^3(1, ijk)$  — телесный угол,

$\varphi^3(ijkm)$  — объём тетраэдра и т. д.

Такой общий подход позволяет ему строить различные элементарные геометрии (евклидову, псевдоевклидову, геометрии Римана и Лобачевского, симплектическую и открытые Г. Г. Михайличенко и В. Х. Львом новые “экзотические” геометрии) по единому им разработанному плану.

Сама постановка задачи и вся работа, изобилующая блестящими находками, сделаны Е. Л. Лозицким совершенно самостоятельно и демонстрирует высокий творческий потенциал и профессиональный уровень автора. Считаю, что дипломная работа Е. Л. Лозицкого далеко превосходит требования, предъявляемые к дипломной работе и вполне может претендовать на признание её в качестве кандидатской диссертации.

## 20. Ю.И. Кулаков о монографии Г. Г. Михайличенко “Полиметрические геометрии”.

Монография Г.Г. Михайличенко представляет собой расширенный вариант первой части его докторской диссертации, защищённой в 1993 году в специализированном совете Института математики СО РАН. В монографии учтены все результаты, полученные автором после защиты, а также (в приложении) результаты, полученные его аспирантом В.А. Кыровым.

Полиметрические геометрии есть геометрии с более чем одним расстоянием, которые допускают содержательную физическую интерпретацию. Автор даёт строгое определение таких геометрий, их феноменологической (холотропной) и групповой симметрий и доказывает эквивалентность этих симметрий. На основе этой эквивалентности осуществляется полная классификация некоторых полиметрических геометрий, в частности двуметрических и однометрических геометрий на плоскости и триметрических геометрий в пространстве.

Результаты монографии прошли квалифицированную апробацию и опубликованы в центральных научных журналах. Монография, объединяя их все, придаёт исследованиям новую перспективу. Метод исследования, разработанный автором, достаточно оригинален, особенно оригинален метод классификации групп

преобразований. Монография адресована научным работникам, аспирантам и студентам старших курсов по профилю геометрия и теоретическая физика.



На озере Баланкуль (1984).

**4. Г.Г. МИХАЙЛИЧЕНКО** (Доктор физико-математических наук, профессор) о диссертации **А.В.Соловьёва** “*N*-спинорное исчисление в реляционной теории пространства-времени”, представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика:

Диссертация А.В.Соловьёва посвящена разработке математических аспектов нового направления исследований в теории физического пространства-времени, названного реляционной теорией. Это направление успешно развивается в течение ряда лет в группе профессора Ю.С.Владимирова на физическом факультете Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова.

Математический аппарат этой теории представляет собой развитие и обобщение на случай комплексных отношений Теории физических структур, разработанной в Новосибирском университете в наших с Ю.И.Кулаковым работах.

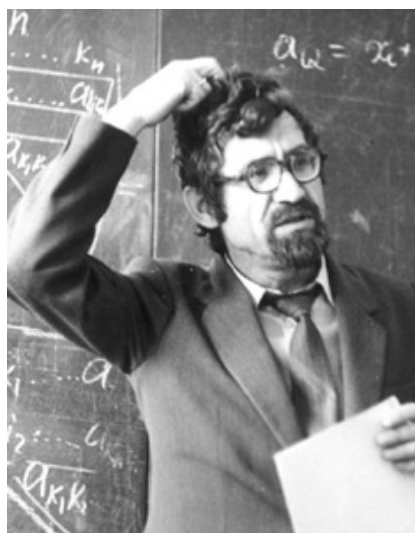
Оказалось, что переход от вещественных отношений к комплексным позволяет значительно расширить возможности Теории физических структур и применить её для описания закономерностей физики микромира. Диссертант в своей работе ограничился комплексифицированными структурами симметричных рангов  $(r, r)$ , но и это уже привело к богатым следствиям. В диссертации подробно рассмотрена Теория физических структур рангов  $(3,3)$ ,  $(4,4)$  и  $(5,5)$ .

Показано, что такие теории позволяют связать друг с другом многие разработки в современной теоретической физике: теорию твисторов Пенроуза, элементы суперсимметричных теорий, конформные и калибровочные преобразования и ряд других. Но самое важное состоит в том, в диссертации развит новый

канал обобщений понятия спинора. Всё это свидетельствует об актуальности темы диссертации. Диссертация А.В.Соловьёва объёмом в 99 страниц состоит из введения, четырёх глав, заключения и трёх приложений. Список цитированной литературы содержит 93 названия.

Первая глава диссертации носит обзорный характер. В её начале приводится краткая сводка результатов, полученных в теории бинарных физических структур. При этом основное внимание уделено невырожденным бинарным структурам ранга  $(n, n)$ , где  $n > 2$ . Комплексифицированные варианты последних, называются бинарными системами комплексных отношений (БСКО), составляют фундамент развиваемой в диссертации теории  $N$ -компонентных спиноров.

Далее изложены те положения бинарной геометрофизики, которые имеют непосредственное отношение к БСКО ранга  $(3,3)$ . Подробно описана связь между теорией БСКО ранга  $(3,3)$  и алгеброй двухкомпонентных спиноров. В рамках БСКО ранга  $(3,3)$  рассматриваются псевдоевклидовы 4-векторы, группа Лоренца и эпиморфизм:  $SL(2, \mathbb{C}) \rightarrow O_+^\uparrow(1, 3)$ . Обсуждены свойства 2-мерных комплексных симплектических и унитарных пространств, а также майорановых 4-спиноров. Наконец, из условия, задающего естественный полулинейный автоморфизм 2-мерных симплектического унитарного пространства, выведено уравнение Дирака для свободного фермиона в импульсном представлении.



Что бы это значило?

Вторая глава посвящена систематическому построению теории 3-компонентных спиноров. В рамках БСКО ранга  $(4,4)$  естественным образом возникает 3-мерное комплексное линейное пространство с заданным на нём невырожденным антисимметричным 3-линейным функционалом. Это пространство названо пространством 3-спиноров. Рассмотрены свойства пространства 3-спиноров, в частности, вычислена группа его автоморфизмов. Последняя оказалась группой  $SL(3, \mathbb{C})$ . Показано, что из компонент 3-спиноров можно образовать 9-векторы плоского финслерова пространства с кубической метрикой. В явном виде построен гомоморфизм группы  $SL(3, \mathbb{C})$  в группу изометрий данного финслерова пространства. Указаны 3-спинорные преобразования, индуцирующие в подпространствах 9-мерного финслерова пространства преобразования: лоренцева 4-вектора, майорановского 4-спинора, дилатации и абелевы аналоги преобразований  $N = 1$ -суперсимметрии.

Произведено овеществление пространства 3-спиноров, что позволило ввести понятие майорановского 6-спинора. Исследована геометрия пространства майорановских 6-спиноров и дано детальное описание группы его автоморфизмов.

Установлены  $SL(3, \mathbb{C})$ -ковариантные 9-мерные финслеровы обобщения уравнений Дирака и Вейля. Обнаружено, что соответствующие 12-рядные матрицы Дирака удовлетворяют финслеровому варианту алгебры Даффина-Кеммера. Показано, что при переходе к 4-мерному импульсному пространству 9-мерное “уравнение Дирака” распадается на обычные 4-мерные уравнения Дирака и Клейна-Фока.

В третьей главе на основе БСКО ранга (5,5) развита теория обобщённых 4-спиноров. Изучено 4-мерное комплексное линейное пространство с антисимметричным 4-линейным “скалярным умножением” — пространство 4-спиноров. Показано, что группой изометрий этого пространства является группа  $SL(4, \mathbb{C})$ . Из 4-спиноров конструируются 16-векторы плоского финслерова пространства, метрика которого определяется однородной алгебраической формой 4-ой степени. Построен гомоморфизм группы  $SL(4, \mathbb{C})$  в группу изометрий этого пространства. Найдены 4-спинорные преобразования, индуцирующие в подпространствах 16-мерного финслерова пространства преобразования финслерова 9-вектора, майорановского 6-спинора, дилатации и 16-мерные абелевы аналоги преобразований  $N = 1$ -симметрии.

Сформулированы  $SL(4, \mathbb{C})$ -ковариантные 16-мерные уравнения для свободных массивных и безмассовых 4-спинорных частиц в финслеровом импульсном пространстве. Показано, что при переходе к 9-мерному импульсному пространству уравнение, описывающее массивную 4-спинорную частицу, расщепляется на  $SL(3, \mathbb{C})$ -ковариантное уравнение для 3-спинорной частицы и 9-мерный финслеров аналог уравнения Клейна-Фока, а при переходе к 4-мерному пространству — на стандартное уравнение Дирака и два 4-мерных уравнения Клейна-Фока. Кроме того, обнаружено, что как твисторы, так и редуцированные спиноры 6-мерного евклидова пространства являются частными случаями рассматриваемых 4-спиноров.

В четвёртой главе изложены элементы теории  $N$ -спиноров, основывающейся на БСКО ранга  $(N = 1, N = 1)$ . Теория построена в полной аналогии с предыдущими главами. Рассматриваются геометрические свойства пространства  $N$ -спиноров, представляющие собой  $N$ -мерное комплексное линейное пространство, снабжённое антисимметричным  $N$ -линейным “скалярным умножением”.

Установлена связь между  $N$ -спинорами и векторами  $N^2$ -мерного финслерова пространства с метрикой, задаваемой алгебраической формой  $N$ -ой степени. Построен гомоморфизм группы  $SL(N, \mathbb{C})$  изометрий  $N$ -спинорного пространства в группу изометрий упомянутого финслерова пространства. Получены  $N^2$ -мерные  $SL(N, \mathbb{C})$ -ковариантные уравнения для свободных массивных и безмассивных  $N$ -спинорных частиц в импульсном представлении.

Сделаем ряд замечаний по данной диссертации:

1. В работе принят индуктивный метод изложения материала – от теории БСКО ранга (3,3) далее, в сторону увеличения ранга (4,4), затем (5,5). Мне представляется, что дедуктивный способ позволил бы изложить материал более компактно.

2. В диссертации ничего не сказано о бинарных структурах наинизшего ранга (2,2), которые играют существенную роль в развиваемой в МГУ бинарной

геометрофизике.

Эти замечания не меняют высокой положительной оценки диссертации, которая выполнена на высоком математическом и теоретическом уровне. В ней получен ряд интересных новых результатов в перспективной области исследований.

Диссертация удовлетворяет требованиям, предъявляемым ВАКом к кандидатской диссертациям, а сам диссертант, несомненно, заслуживает присуждение ему степени кандидата физико-математических наук.

Основные результаты диссертации своевременно опубликованы в 9 работах. Автореферат достаточно полно отражает содержание диссертации.

## 22. Письмо Заместителю главного редактора ДАН СССР, академику Л. И. Седову от академика А. Д. Александрова.

Глубокоуважаемый Леонид Иванович!

9 февраля 1978 года я представил в ДАН СССР статью Г. Г. Михайличенко “Двумерные геометрии в Теории физических структур”. Продержав её более года (с 7 марта 1978 года по 11 мая 1979 г.) , редколлегия вернула её без какой-либо рецензии, квалифицируя полученный в статье результат как “узкоспециальный”.

На просьбу Г. Г. Михайличенко повторно рассмотреть эту статью и послать её в случае необходимости квалифицированным рецензентам, статья снова без каких-либо объяснений была возвращена автору.

Отдавая себе отчёт в том, что Г. Г. Михайличенко получен выдающийся результат, представляющий собой принципиально новый подход к введению важного класса геометрий, я обратился к профессору Ю. Г. Решетняку с просьбой высказать своё мнение по поводу работы Г. Г. Михайличенко. В своём отзыве Ю. Г. Решетняк раскрыл действительную ценность работы Г. Г. Михайличенко и пришёл к тому же самому выводу.

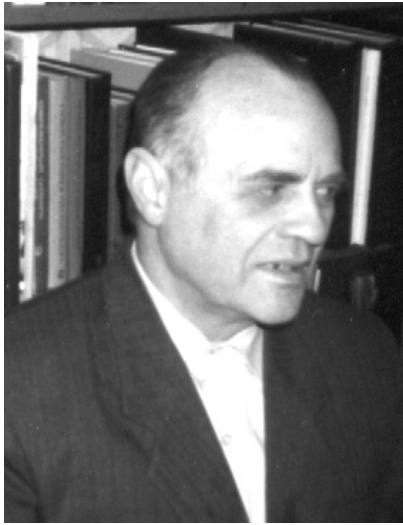
4 апреля 1980 года статья Г. Г. Михайличенко с моим вторичным представлением и отзывом Ю. Г. Решетняка была в третий раз направлена в редакцию ДАН СССР.

Однако редакция, выдвинув свой снова ничем не аргументированный довод об узкоспециальном характере работы, снова отклонила её.

Я считаю такое отношение редколлегии к действительно интересной работе возмутительным и требую ее незамедлительного опубликования.

С уважением  
академик  
7 марта 1981 года.

/А. Д. Александров/



Владимир Кузмич  
Ионин (1996).

**23. В.К. ИОНИН** (доктор физико-математических наук, профессор) **о работе А. А. Симонова “Групповые решения функциональных уравнений физической структуры”:**

Физические структуры, введённые Ю. И. Кулаковым, имеют приложения не только в физике, но и в чистой математике.

Рассматриваемая статья представляет пример такого приложения.

В ней показывается как физическая структура ранга 3 может определить структуру абстрактной группы (теорема 1) и структуру абстрактной абелевой

группы (теорема 2) на произвольном, лишённом всяких дополнительных структур, множестве.

Эти результаты дают возможность с самого начала по-новому взглянуть на теорию групп как в математике так и в физике. Теоремы имеют полные и обстоятельные доказательства. Считаю, что статья может быть опубликована в научном журнале.

**24. Письмо чл.-корр. АН СССР Ю.Г. Решетняка академику А. Н. Тихонову:**

Глубокоуважаемый Андрей Николаевич!

Ю. И. Кулаков представил в редакцию журнала Доклады АН СССР статью “Об одном принципе, лежащем в основании классической физики”. Статья была отклонена редакцией ДАН. Я хорошо знаком с работами Ю. И. Кулакова и его ученика Г. Г. Михайличенко, статья которого направленная в ДАН, также отклонена редакцией. Некоторые статьи Ю. И. Кулакова и Г. Г. Михайличенко, относящиеся той же тематике приняты к печати редакцией Сибирского математического журнала. Ю. И. Кулаков просил меня написать это письмо.

Отклоняя указанные статьи редакция ДАН, как мне кажется, совершает ошибку. Повидимому, ввиду некоторой необычности указанных работ рецензенты не смогли их понять. В связи с этим я хотел бы дать некоторые разъяснения.

Ю. И. Кулаковым предлагается некоторый общий принцип (названный им принципом феноменологической симметрии). Устанавливается, во-первых, что значительная часть основных физических законов подчиняется указанному

принципу. Во-вторых, выясняется, что требование выполнения этого принципа при данных дискретных параметрах  $m$  и  $n$  определяют форму закона однозначно.

Первое (выполнение принципа феноменологической симметрии для известных законов) — достаточно просто. Второе — требует преодоления весьма существенных математических трудностей.

Принцип феноменологической симметрии кратко заключается в следующем:

Даны множества  $\mathfrak{M}$  и  $\mathfrak{N}$ . Элементы этих множеств можно интерпретировать как некоторые физические объекты. Каждой паре  $(i, \alpha)$ , где  $i \in \mathfrak{M}$ ,  $\alpha \in \mathfrak{N}$  сопоставлено число  $a_{i\alpha}$  (Пример:  $\mathfrak{M}$  — множество тел,  $\mathfrak{N}$  — множество пружин,  $a_{i\alpha}$  — ускорение тела  $i$  под действием пружины  $\alpha$ ).

Для сравнения результатов  $a_{i\alpha}$ , соответствующих различным парам  $(i, \alpha)$  предлагается следующая конструкция. Задаются натуральные числа  $m$  и  $n$ . Пусть  $\{i_1, i_2, \dots, i_m\}$  — произвольная система  $m$  элементов из  $\mathfrak{M}$ ,  $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$  — произвольные  $n$  элементов из  $\mathfrak{N}$ . Определим систему из  $m \cdot n$  чисел

$$\{a_{i_k \alpha_l}\} \quad k = 1, 2, \dots, m \quad l = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

Будем рассматривать эту систему как точку  $m \cdot n$ -мерного евклидова пространства  $\mathbb{R}^{mn}$ . Предположим, что  $i_1, i_2, \dots, i_m$  пробегают независимо  $\mathfrak{M}$ ,  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  — независимо пробегают множество  $\mathfrak{N}$ . Тогда точки (1), отвечающие всем таким наборам  $i_1, i_2, \dots, i_m$ ;  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  заполняют некоторое множество  $S$  в  $\mathbb{R}^{mn}$ .

Принцип феноменологической симметрии заключается в требовании:

**$S$  есть  $mn - 1$ -мерное многообразие в  $\mathbb{R}^{mn}$ .**

Оказывается, что это условие налагает весьма жёсткое ограничение на вид многообразия  $S$ . В тех случаях, когда математическую задачу — определить многообразие  $S$  удалось решить до конца, оказалось, что  $S$  определено однозначно (с точностью до тривиальных преобразований).

Одной из возможных причин, по которой работы Ю. И. Кулакова отклонялись редакцией ДАН, является, по-видимому, некоторая ширококвещательность выдвигаемой им программы, которую рецензенты могли расценить как неоправданную претенциозность.

В действительности автор не претендует на открытие равносильное по своей значимости теории относительности или квантовой механики.

В связи с этим мне кажется уместным пояснить смысл результата Ю. И. Кулакова, относящегося к ньютоновой механике.

Второй закон Ньютона, как известно, имеет вид:

$$a = \frac{F}{m}.$$

Пусть  $a_{i\alpha}$  — ускорение, которое сила  $F_\alpha$  сообщает телу с массой  $m_i$ . Не составляет никакого труда показать, что для любых пар  $(i, k)$ ,  $(\alpha, \beta)$  выполняется равенство:

$$\begin{vmatrix} a_{i\alpha} & a_{i\beta} \\ a_{k\alpha} & a_{k\beta} \end{vmatrix} = 0 \quad (2)$$

Это равенство можно рассматривать как форму записи закона Ньютона не содержащую величин  $m$  и  $F$ . Исходя из равенства (2) нетрудно получить, что  $a_{i\alpha}$  должно иметь вид:

$$a_{i\alpha} = \frac{F_\alpha}{m_i}$$

где  $F_\alpha$  зависит только от объекта  $\alpha$ ,  $m_i$  — зависит только от  $i$ .

Аналогичное замечание независимо от Ю. И. Кулакова, и несколько позже было сделано американскими авторами.

Всё сказанное достаточно просто. Гораздо интереснее то, что как показал Ю. И. Кулаков (это и составляет основной конкретный результат статьи, упомянувшейся в начале письма), что второй закон Ньютона определяется однозначно требованием, чтобы четыре величины  $\tilde{a}_{i\alpha}, \tilde{a}_{i\beta}, \tilde{a}_{k\alpha}, \tilde{a}_{k\beta}$  были связаны функциональной зависимостью, вид которой заранее не известен. Оказалось, что если  $\tilde{a}_{i\alpha}, \tilde{a}_{i\beta}, \tilde{a}_{k\alpha}, \tilde{a}_{k\beta}$  при любых  $i, k; \alpha, \beta$  удовлетворяют уравнению вида

$$\Phi(\tilde{a}_{i\alpha}, \tilde{a}_{i\beta}, \tilde{a}_{k\alpha}, \tilde{a}_{k\beta}) = 0,$$

то функция  $\Phi$  обязана иметь вид:

$$\begin{vmatrix} \varphi(\tilde{a}_{i\alpha}) & \varphi(\tilde{a}_{i\beta}) \\ \varphi(\tilde{a}_{k\alpha}) & \varphi(\tilde{a}_{k\beta}) \end{vmatrix} = 0$$

где  $\varphi$  — функция одной переменной. Физический смысл  $\varphi$  — это градуировочная шкала измерительного прибора. Если положить  $\varphi(\tilde{a}_{i\alpha}) = a_{i\alpha}$ , то мы получим равенство

$$\begin{vmatrix} a_{i\alpha} & a_{i\beta} \\ a_{k\alpha} & a_{k\beta} \end{vmatrix} = 0,$$

из которого может быть выведен закон Ньютона в обычной форме.

Я проверил эту часть работы в деталях. Рассуждения Ю. И. Кулакова в этой части вполне корректны, с точностью до того, что автор, как и всякий физик, считает, что якобиан либо тождественно равен нулю, либо везде отличен от нуля. Правда в данном случае его спасает требование аналитичности функции  $\Phi$ . В статье, принятой к печати Сибирским математическим журналом, все необходимые оговорки сделаны. Должен сказать что рецензенты ДАН, повидимому, не добрались до подобных тонкостей.

В исследованиях Ю. И. Кулакова ставится и решается интересная математическая задача и я считаю, что статьи Кулакова и Михайличенко, о которых говорилось выше, безусловно должны быть опубликованы.

С уважением

(Решетняк Ю. Г.)

*Юрий Григорьевич Решетняк* — чл.-корр. АН СССР, (ныне академик) зав. отделом геометрии Института математики СОАН СССР.





*Юрий Кулаков, Виктор Шахов, Андрей Симонов и Геннадий Михайличенко  
на Всесоюзной Школе по Теории физических структур в Пущино-на-Оке.*

## 25. ГРАВИТАЦИОННОЕ ОБЩЕСТВО

117378, Москва, ул. М. Ульяновой 3, кор. 1.

Телекс 411378 ГОСТ

Факс (095) 138 54 46

Телефон (095) 138 04 28,

E-mail: mel@cvsu.uucp.free/net

---

Президенту Республики Алтай В. М. Чаптынову

Глубокоуважаемый господин Президент!

Российское Гравитационное общество поддерживает создание в городе Горно-Алтайске Научного Центра фундаментальной физики, предназначенного для развития Теории физических структур, представляющей собой принципиально новое направление в теоретической физике. Теория физических структур не имеет зарубежных аналогов. Задачи, стоящие перед созданным Научным Центром, состоят в постановке и решении фундаментальных проблем физики под новым углом зрения. Эффективность нового направления подтверждена важными результатами, полученными в Новосибирском университете Ю. И. Кулаковым и его учеником Г. Г. Михайличенко, а также работами, выполненными в Московском государственном университете.

Горно-Алтайский Научный Центр фундаментальной физики должен сыграть выжнущую роль в создании новой образовательной программы в Горно-Алтайском университете и в системе среднего образования Республики Алтай.

Президент Российского Гравитационного Общества  
профессор

(В. М. МЕЛЬНИКОВ)

вице-президент Российского Гравитационного  
Общества профессор МГУ

(Ю.С.ВЛАДИМИРОВ)

15 октября 1994 г.

## 26. Рецензия

**на статью Ю. И. Кулакова “Исходные понятия Теории физических структур на одном множестве”(№8693) и “Исходные понятия физических структур на двух множествах”(№8692), представленные для публикации в Сибирский математический журнал.**

В соответствии с заголовком, обе статьи посвящены Теории физических структур — разделу науки, находящейся на стыке математики и физики и стремящемуся записать фундаментальные законы физики в виде функциональных соотношений с целью последующей их классификации, выяснения симметрий и т. п.

К обоим статьям можно высказать существенное замечание как по форме изложения (например, принятая автором, да и всей этой группой исследователей, терминология и манера изложения будто специально предназначены для того, чтобы сделать недоступным для математиков рациональное зерно Теории физических структур), так и по содержанию (например, цитированные результаты В. Х. Льва представляются недостаточно обоснованными). Но в такой критике нет необходимости.

Дело в том, что обе статьи носят явно выраженный обзорный характер: в них не содержится ни одного доказательства. Это совершенно не соответствует политике редакционной коллегии, о чем она регулярно сообщает авторам на последних страницах журнала: “К публикации в “Сибирском математическом журнале” принимаются статьи, содержащие новые результаты в области математики и не носящие обзорного характера”.

Рекомендую редакционной коллегии статьи №8692 и №8693 отклонить как не соответствующие профилю журнала.

## 27. ВЫПИСКА ИЗ ПРОТОКОЛА №48

### Заседания Учёного Совета математического факультета Новосибирского государственного университета

от 21 июня 1972 г.

Учёный Совет отклонил кандидатуру лектора по физике (IV курс математического отделения) – доц. Кулакова Ю. И. как читающего слишком специальный курс, тогда как математикам необходим фундаментальный курс физики.

Учёный Совет обращается с просьбой к кафедре общей физики НГУ для назначения лектора по этому курсу. В качестве одной из возможных упоминалась кандидатура доцента кафедры вычислительных методов механики сплошной среды Ю. А. Березина.

*Учёный секретарь Совета,  
доцент*

А. А. Атавин



*Что скрывается за ...?*



## ВЛАДИМИР МИХАЙЛОВИЧ САРАНИН

Появление на свет этой книги было бы невозможным без активной и бескорыстной помощи моего друга и единомышленника, математика Владимира Михайловича Саранина. Ещё пятнадцать лет тому назад он по собственной инициативе взял на себя нелёгкий труд подготовки к изданию моих лекций по Теории физических структур, которые я читал тогда на физическом факультете НГУ.

Он регулярно приходил на мои лекции, записывал их на самодельном магнитофоне и затем обрабатывал текст с помощью весьма несовершенного редактора ChiWriter-a.

Затем наступило время восхитительного  $\text{\LaTeX}$ -а. В этой издательской системе сначала в версии  $\text{\LaTeX}2.09$ , а затем в версии  $\text{\LaTeX}2\epsilon$  им было создано огромное количество текстов и графических рисунков, общий объём которых в несколько раз превышает объём текстов и рисунков, включённых в эту книгу. Всё это даёт мне полное основание считать его соавтором этой книги.



ПЕРВЫЙ СНЕГ В АКАДЕМГОРОДКЕ